怀化市中小学课程改革教育质量监测试卷

2020年高二第二学期数学期末测试题

**一、单项选择题：**本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符 合题目要求的.

1. 设集合 ，，则（    ）

A.      B.     C.    D.

2．是虚数单位，，则（ ）

A． B． C． D．

3．设，，，则，，的大小关系是（ ）

A． B． C． D．

4．各项均为正数的等比数列的前4项和为15, 且，则(　　)

A．16 B．8 C．4 D．2

5．已知函数的图象如图所示，则该图象对应的函数解析式可能是(　　)

*y*

*x*

*O*

A. B. 

C. D. 

6．下列有关命题的说法正确的是(　　)

A．若命题，则命题

B．“”的一个必要不充分条件是“”

C．若，则

D．是两个平面，是两条直线， 如果那么

7．设甲、乙两人每次射击命中目标的概率分别为和，且各次射击相互独立，若按甲、乙、甲、乙、…的次序轮流射击，直到有一人击中目标就停止射击，则停止射击时，甲射击了两次的概率是（ ）

A． B． C． D．

8. 已知是定义在上的偶函数，且，当时，，则函数

的零点个数是(　　)

A．12 B．10 C．6 D．5

**二、多项选择题：**本大题共4小题，每小题5分，共20分.在每小题给出的五个选项中，有多项是符合题目要求的，全部选对的得5分，部分选对的得3分，有选错的得0分.

9．已知抛物线的焦点为时抛物线上两点，则下列结论正确的是( )

A．点F的坐标为 B．若直线过点F，则

C．若，则的最小值为

D．若，则线段的中点到轴的距离为

10．已知三点均在球的表面上，，且球心到平面的距离等于球半径的，则下列结论正确的是( )

A．球的半径为 B．球的表面积为

C．球的内接正方体的棱长为 D．球的外切正方体的棱长为

11．设，（），若对一切恒成立，给出以下结论，其中正确的结论有（ ）

A．函数的周期为 B．

C． D．的单调递增区间是

12．已知，下列结论正确的是( )

A．在上单调递增 B．

C．的图象在点处的切线方程为

D．若关于的不等式有正整数解，则

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分

13．若，则等于 ▲ ．

14．已知是等差数列的前项和，若，，则 ▲ *.*

15．已知双曲线的离心率为2，过右焦点且垂直于**轴的直线与双曲线交于两点*.*设到双曲线的同一条渐近线的距离分别为**和**,且,则双曲线的方程为 ▲ .

16．在面积为1的平行四边形中，，则\_\_\_\_\_\_▲\_\_\_\_\_；点是直线 上的动点，则的最小值为\_\_\_\_▲\_\_\_\_\_.

四、解答题**：**共70分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤

17．(本题满分10分) 已知等比数列满足，且成等差数列．

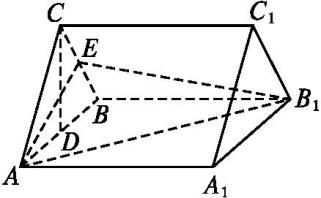
(1) 求数列的通项公式；

(2) 设，求数列的前项和．

18．(本题满分12分) 已知中，内角的对边分别为，，.

(1) 求角的大小；

(2) 若点D与点B在两侧，且满足，求四边形面积的最大值．

19．(本题满分12分) 如图,在三棱柱中,底面,是边长为2的正三角形,,,分别为的中点*.*

(1)求证:平面；

(2)求二面角的余弦值.

20．(本题满分12分)近年来,我国大学生毕业人数基数大而且增长不断加快，大学毕业生的就业压力非 常大，大学生就业已经成为社会关注的热点问题．在某大型公司的赞助下，某大学就业部从该大学2019届已就业的两个专业的大学本科毕业生中随机抽取了200人进行月薪情况的问卷调查，经统计发现，他们的月薪收入在3000元到9000元之间，具体统计数据如下表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 月薪/百元 |  |  |  |  |  |  |
| 人数 | 20 | 36 | 44 | 50 | 40 | 10 |

将月薪不低于7000元的毕业生视为“高薪收入群体”,月薪低于7000元的毕业生视为“非高薪收人群体”，并将频率视为概率,已知该校2019届大学本科毕业生小明参与了本次调查问卷，其月薪为3500元.

(1) 请根据上述表格中的统计数据填写下面的2×2列联表，并通过计算判断，能否在犯错误的概率不超过0.025的前提下认为“高薪收入群体”与所学专业有关.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 非高薪收入群体 | 高薪收入群体 | 合计 |
| *A*专业 |  |  |  |
| *B*专业 |  | 20 | 110 |
| 合计 |  |  |  |

(2) 经统计发现，该大学2019届的大学本科毕业生月薪*X*(单位：百元)近似地服从正态分布,其中*μ*近似为样本平均数(每组数据取区间的中点值作代表).若*X*落在区间外的左侧，则可认为该本科毕业生属于“就业不理想”的学生，学校将联系本人，咨询月薪过低的原因，为以后的毕业生就业提供更好的指导.

① 试判断小明是否属于“就业不理想”的学生；

② 该大型公司为这次参与调查的大学本科毕业生制定了赠送话费的活动，赠送方式为：月薪低于*μ*的获赠两次随机话费，月薪不低于*μ*的获赠一次随机话费.每次赠送的话费*Z*及对应的概率如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 赠送话费*Z*/元 | 60 | 120 | 180 |
| 概率 |  |  |  |

求小明获得的话费总金额的数学期望.

附：

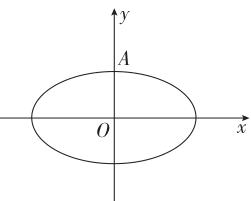
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0.025 | 0.010 | 0.005 |
|  | 5.024 | 6.635 | 7.879 |

，其中，.

21．(本题满分12分) 已知函数．

(1)当时，求的最大值；

(2)若在区间上存在零点，求实数的取值范围．

22．(本题满分12分)如图，设椭圆.  
 (1)求直线被椭圆截得的线段长(用、表示)；

(2)若任意以点为圆心的圆与椭圆至多有个公共点，

求椭圆离心率的取值范围．

参考答案与解析

一、单选题

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | A | B | C | C | D | A | D | B |

1.【解析】，，所以，选A．

2.【解析】，选B．

3. 【解析】，所以，，

，所以，，，

所以，，选*C*．

4.【解析】 由得，解得（负值舍去），

把代入得 ，所以，，故选C．

5.【解析】由函数有且只有两个零点，排除B，C，

而函数除了，两个零点外，在区间上还有1个零点，故选D．

6.【解析】A显然正确，

对于B，“”可以推出“”，反之不成立，应是充分不必要条件，

对于C，由两边平方得 ，只能得出与反向，

对于D，与可能平行，也可能不垂直相交．故选A．

7.【解析】分两类：①甲射击了两次，甲胜，，

②甲射击了两次，乙胜，

所以，，故选D．

8.【解析】由和都是偶函数知，只要研究

*y*

*x*

*O*

1

图1



10

1

的情况：

如图1知，时，它们有5个交点，

所以，的零点个数是10，

故，选B．

二、多选题

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | BCD | BD | ABC | AD |

9.【解析】抛物线的，焦点坐标为，A不正确，

若直线过焦点F，由焦点弦性质 ，B正确，

即直线过焦点，则

，C正确．

由得，即，所以，D正确，

综上，选B，C，D．

10.【解析】的外接圆半径，球心到平面的距离，

由得 ，所以A不正确，

所以，，B正确，

设球的内接正方体的棱长为，由得，知C不正确，

设球的外切正方体的棱长为，由得，知D正确，

综上，选B，D．

11.【解析】因为，其中，所以，A正确，

由已知 ，即，，，

则，可得B，C正确，当时，D不正确，

综上，选A，B，C．

12.【解析】的图象如图2，可知A正确，

*y*

*x*

*O*

1



图2



，所以B不正确，

因为 ，，

所以，的图象在点处的切线方程为，知C不正确，

由得，即，易知应有 ，即，

所以，问题等价于  有正整数解，由的图象知时，

而且，，即，

所以，时，有正整数解，这说明D正确．综上，选A，D．

三、填空题

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 答案 |  |  |  | ， |

13.【解析】因为 ，，

所以，．

14.【解析】设的公差为，则，，

由  得 ，所以 ，

所以，．

15.【解析】由题意，右焦点到一条渐近线的距离为3，

即 ，又即 ，所以，，

所以，双曲线的方程为．

16.【解析】由已知 ，即，

*C*

*B*

*A*

*D*

*P*

*Q*

图3

所以，

如图3，取的中点，连，则

所以，





当且仅当即且时，取等号．

方法二：设，， ，，则，











令，，，

则，令得，

且时，，时，，

所以，，即的最小值为．

四、解答题

17.【解析】(1) 设等比数列的公比为，则由  得 ，

即 ，因为，所以，所以 ，

(2) ，所以

．

18. 【解析】(1) 由  得 ，

即 ，

因为 ，，所以，，

又，，即，由得 ．

(2) 时，由(1)得，，

设，则 ，

*C*

*B*

*A*

*D*

2

1

2

图4

所以，

当且仅当时，取等号，

所以，四边形面积的最大值为．

19. 【解析】(1) 因为是正三角形,是的中点. 所以，，

又 底面,平面，所以，

又 ，所以，平面．

(2) 如图5，建立空间直角坐标系，则，

*C*1

*B*

*A*

*D*

*E*

*x*

*y*

*z*

*A*1

*B*1

*C*

图5

，，

所以，，，

设平面的法向量为，则

，取，又平面的法向量为，

所以，，

所以，二面角的余弦值为 ．

20. 【解析】(1)由题意，得2×2列联表如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 非高薪收入群体 | 高薪收入群体 | 合计 |
| *A*专业 | 60 | 30 | 90 |
| *B*专业 | 90 | **20** | **110** |
| 合计 | 150 | 50 | 200 |

所以，

因为 ，

所以，能在犯错误的概率不超过0.025的前提下认为“高薪收入群体”与所学专业有关.

(2) ,

所以，，，

① 因为 ，所以，小明不属于“就业不理想”的学生.

② 记小明获得的话费总金额为，则，且

，，，

，

所以，的分布列为

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 120 | 180 | 240 | 300 | 360 |
| P |  |  |  |  |  |

所以，，

故 小明获得的话费总金额的数学期望为元．

21.【解析】（1）当时，,定义域为， 

所以，时，，时，，

即 在上单调递增，在上单调递减，

所以，．

(2)方法一：由 ，得 ，记 ，，

则 ，记，，

则 ，因为，所以，

所以，在上单调递增，，得，

所以，在上单调递减，且 ，，

要在区间上存在零点，只要，所以，．

方法二：因为 ，，

①当时，，在上单调递增，

则 

所以 在区间上不存在零点，

②当时，则在区间上单调递增，在区间上单调递减，

因为 ，

，

所以，在区间上不存在零点，

③当时，，在上单调递减，

要在区间上存在零点，只要

综上，的取值范围为.

22.【解析】（1）联立方程，消去得 ，

设交点为，解得 ，，

所以 ．

(2) 方法一：假设圆与椭圆有4个交点，由对称性可设轴右侧两个不同的交点为，且满足

， 记直线的斜率分别为方程为，则，且，

由（1），，，

所以， ，化简得 

因为，所以，，即 

上式有解的充要条件是 ，即 ，得 ，

所以，圆与椭圆至多有3个交点的充要条件是，，

所以，．

方法二：设圆的方程为 ，其中，

把代入椭圆方程得 

化简得  …………①

由对称性知，方程①的每一个的解都对应圆与椭圆的两个交点，当圆与椭圆至有4个交点时，方程①在上有两解，记 ，

由知，对称轴 ，又

所以，只要 

只要时，有解，即，由知满足，

所以，时，方程①在上有两解，

所以，在上最多只有一解时，，即 ．

方法三：假设圆与椭圆有4个交点，由对称性可设轴右侧两个不同的交点，且

的中点为，

由 得，且，

由 ， 得 ，

即 ，亦即 ，

由  得 ，即 

所以 ，化简得 ，

由 点在椭圆内部得 ，所以 ，

所以，圆与椭圆至多有3个交点的充要条件是，，

所以，．