限时训练卷7

1．已知*f*（*x*）＝cos2*x*﹣1+sin*x*cos*x*，*x*∈R．

（1）求*f*（*x*）的单调递增区间；

（2）在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，若*c*cos*B*+*b*cos*C*＝1且*f*（*A*）＝0，求△*ABC*的面积的最大值．

2．已知正项数列满足，，，等比数列满足：，．

（1）证明数列是等差数列，并求数列，的通项公式；

（2）设，求．

3.如图①，在长方形中，，，为的中点，为线段（端点除外）上一动点．现将沿折起（如图②，使得平面平面．

（1）判断是否与垂直，并说明理由．

（2）图②中，在平面内过点作，为垂足，求的取值范围．

**答 案**

**1．已知*f*（*x*）＝cos2*x*﹣1+sin*x*cos*x*，*x*∈R．**

**（1）求*f*（*x*）的单调递增区间；**

**（2）在△*ABC*中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，若*c*cos*B*+*b*cos*C*＝1且*f*（*A*）＝0，求△*ABC*的面积的最大值．**

5.解：（1）*f*（*x*）＝cos2*x*﹣1+sin*x*cos*x*＝cos2*x*﹣+sin2*x*＝sin（2*x*+）﹣，

令2*x*+∈[+2*k*π，+2*k*π]，*k*∈**Z**，则*x*∈[+*k*π，+*k*π]，*k*∈**Z**，

∴*f*（*x*）的单调递增区间为[+*k*π，+*k*π]，*k*∈**Z**．

（2）∵*f*（*A*）＝sin（2*A*+）﹣＝0，∴sin（2*A*+）＝，

∵*A*∈（0，π），∴*A*＝，

∵*c*cos*B*+*b*cos*C*＝1，

∴*c*•+*b*•＝1，即*a*2＝*a*，

∵*a*≠0，∴*a*＝1，

由正弦定理知，＝＝＝＝，

∴*b*＝sin*B*，*c*＝sin*C*，

∴*bc*＝sin*B*sin*C*＝sin*B*sin（+*B*）＝sin*B*（cos*B*+sin*B*）

＝sin2*B*﹣cos2*B*+＝sin（2*B*﹣）+，

∵*B*∈（0，），∴2*B*﹣∈（﹣，），sin（2*B*﹣）∈（，1]，

∴*bc*≤1，

∴△*ABC*的面积*S*＝*bc*sin*A*≤×1×sin＝，

故△*ABC*的面积的最大值为．

**2．已知正项数列满足，，，等比数列满足：，．**

**（1）证明数列是等差数列，并求数列，的通项公式；**

**（2）设，求．**

解：（1）证明：由题意，两边同时乘以，

可得，

，

数列是以1为首项，1为公差的等差数列，

，

，，

，，

设等比数列的公比为，则，

化简整理，得，

解得，

，，

（2）解：由（1）可得：











，

令，

则，

两式相减，可得：





，

，





．

**3.如图①，在长方形中，，，为的中点，为线段（端点除外）上一动点．现将沿折起（如图②，使得平面平面．**

**（1）判断是否与垂直，并说明理由．**

**（2）图②中，在平面内过点作，为垂足，求的取值范围．**

解：（1）与不垂直．证明过程如下：

若，

，，、平面，平面，，

，平面平面，平面平面，平面，

平面，，

又，、平面，平面，，

在翻折后的中，这是不可能的，

故与不垂直．

（2）设，，则，

，平面平面，平面平面，平面，

平面，，

由勾股定理知，，，

，，

化简整理得，，在上单调递增，，

故的取值范围为，．