

姓名 \_\_\_\_\_

准考证号 \_\_\_\_\_

(在此卷上答题无效)

绝密★启用前

天壹名校联盟·2022 年上学期高二 3 月大联考

## 数 学

命题:天壹名校联盟命题组 审题:南县一中郭劲松

本试卷共 4 页。全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。



## 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷和答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应的答案标号涂黑,如有改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案;回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 等比数列  $2, 4, \dots$  的第 6 项为  
A. 32                                      B. 64                                      C. 78                                      D. 128
2. 函数  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$  ( $x \in [-1, 4]$ ) 的最小值为  
A. -3                                      B. 1                                      C. 3                                      D. 17
3. 已知函数  $f(x)$  的导数为  $f'(x)$ , 若  $f(x) = x^3 + 3f'(1)x^2 + 2x$ , 则  $f'(2) =$   
A. 26                                      B. 12                                      C. 8                                      D. 2
4. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 2, a_{n+1} - a_n = \frac{1}{n(n+1)}$ , 则  $a_{10} =$   
A.  $\frac{23}{8}$                                       B.  $\frac{28}{9}$                                       C.  $\frac{29}{10}$                                       D.  $\frac{32}{11}$
5. 已知函数  $f(x) = ax + \frac{1}{x}$  在点  $(1, f(1))$  处的切线与直线  $x - 2y + 1 = 0$  垂直, 则  $a =$   
A. -2                                      B. -1                                      C. 2                                      D. 3
6. 设等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_7 = 2S_{11}$ , 则  $\frac{a_6}{a_4} =$   
A.  $\frac{21}{7}$                                       B.  $\frac{3}{2}$                                       C.  $\frac{7}{22}$                                       D.  $\frac{1}{4}$
7. 已知集合  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 从  $M$  的至少含有两个元素的所有子集中任取一个集合, 记为  $S$ , 则  $S$  中的元素恰好为连续整数的概率为  
A.  $\frac{5}{13}$                                       B.  $\frac{2}{13}$                                       C.  $\frac{5}{16}$                                       D.  $\frac{1}{8}$

8. 已知直线  $y = -2x + m$  与函数  $y = f(x)$  的图象相切, 则函数  $f(x)$  不可能是

A.  $f(x) = \frac{1}{x}$

B.  $f(x) = \sqrt[3]{x^4}$

C.  $f(x) = \frac{e^x(2x-1)}{x-1}$

D.  $f(x) = xe^x$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 对于  $(x-1)^{10}$  的二项展开式, 下列说法正确的有

A. 二项展开式共有 11 个不同的项

B. 二项展开式的第 5 项为  $-C_{10}^5 x^5$

C. 二项展开式的各项系数之和为 0

D. 二项展开式中系数最大的项为第 6 项

10. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n = n^2 - 3n$ , 则

A.  $a_1 = -2$

B. 数列  $\{a_n\}$  是单调递增数列

C. 数列  $\{a_n\}$  是公差为 1 的等差数列

D.  $S_n$  的最小值为  $-\frac{9}{4}$

11. 已知函数  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ , 则

A.  $f(x)$  的极值点为  $(e, \frac{1}{e})$

B.  $f(x)$  的极大值为  $\frac{1}{e}$

C.  $f(x)$  的最大值为  $\frac{1}{e}$

D.  $f(x)$  只有 1 个零点

12. 已知  $e$  为自然对数的底数, 函数  $f(x) = e^x, g(x) = kx + b (k, b \in \mathbf{R})$ , 则下列结论正确的有

A. 若曲线  $y = f(x)$  与  $y = g(x)$  相切于点  $(1, f(1))$ , 则  $k = e, b = 0$

B. 若  $k = 1, b = -1$ , 则曲线  $y = f(x)$  与  $y = g(x)$  相切

C. 若  $k = b = 1$ , 则  $f(x) \geq g(x)$  恒成立

D. 若  $k + b = 0$ , 且  $y = f(x) - g(x)$  的最小值为 0, 则  $k = e^2$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 函数  $f(x) = x - \ln x$  的单调递减区间为 \_\_\_\_\_.

14. 某学校派出 4 名学生和 2 名老师参加一个活动, 活动结束后他们准备站成一排拍照留念, 则 2 名老师相邻的不同排法有 \_\_\_\_\_ 种. (用数字作答)

15. 在  $(1+2x+y)^{10}$  的展开式中, (1) 不含  $x$  的所有项的系数之和为 \_\_\_\_\_; (2)  $x^2 y^6$  的系数为 \_\_\_\_\_. (用数字作答)

16. 某人每月 15 日发工资, 2022 年 1 月 15 日发工资后, 他随即从工资中拿出 1000 元存入银行, 以后每月领工资后, 都于当天在工资中拿出 1000 元存入银行. 若银行存款月利率为 0.002, 那么按照复利, 一年后 he 可以从银行取出本息共 \_\_\_\_\_ 元. (精确到 1 元)

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知二项式  $(ax - \frac{1}{x})^8$  ( $a \in \mathbf{R}$  为常数).

(1) 当  $a=1$  时, 求  $(ax - \frac{1}{x})^8$  的二项展开式中的常数项;

(2) 若  $(ax - \frac{1}{x})^8$  的二项展开式中第六项的系数为 7, 求实数  $a$  的值.

18. (本小题满分 12 分)

第 24 届冬季奥运会于 2022 年 2 月 4 日至 2 月 20 日在北京举行, 中国运动员通过顽强拼搏, 获得了 9 枚金牌, 列金牌榜第三名, 为祖国争得了荣誉, 也创造了冬奥会上新的辉煌.

假设冬奥会上某项比赛共有包括中国队在内的 6 个国家代表队参加决赛, 且每个代表队只有 1 名队员参赛. 比赛时按预先编排的顺序依次出场, 根据比赛成绩确定前三名, 分别获得金牌、银牌和铜牌.

(1) 决赛时共有多少种不同的出场顺序?

(2) 中国队不是第一个出场的比赛顺序有多少种?

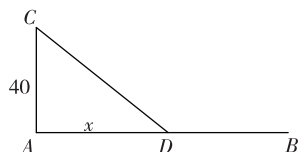
(3) 若每名参赛队员获得奖牌的可能性相等, 求中国队获得奖牌的概率.

19. (本小题满分 12 分)

如图, 城市  $A$  正东的  $B$  地有一大型企业,  $A, B$  之间有一条 100 公里的普通公路相连. 为了发展当地经济, 减轻城市交通压力, 经过  $C$  地新修了一条高速公路, 且在  $C$  地设置了高速出口, 现准备在  $A, B$  之间选择一点  $D$  ( $D$  不与  $A, B$  两点重合) 修建一条公路  $CD$ , 并同时 will 将  $DB$  段普通公路进行提质. 若  $CA \perp AB$ , 且  $CA=40$  公里, 公路  $CD$  的建造费用为每公里 40 万元,  $DB$  段公路的提质费用为每公里 24 万元, 设  $AD=x$  ( $x \geq 20$ ) 公里, 且公路  $AB, CD$  均为线段.

(1) 求公路  $CD$  与  $DB$  的费用之和  $y$  关于  $x$  的函数关系式;

(2) 如何选择点  $D$  的位置, 可以使总费用  $y$  最小, 并求出其最小值.



20. (本小题满分 12 分)

已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $a_1=1, S_n=2+\lambda a_{n-1} (n \geq 2, \lambda$  为常数).

(1) 若  $a_1, a_2, a_3$  成等差数列, 求  $\lambda$  的值;

(2) 若  $\lambda=4, b_n=a_{n+1}-2a_n$ , 求证: 数列  $\{b_n\}$  为等比数列, 并求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

21. (本小题满分 12 分)

已知  $n, k \in \mathbf{N}^*$ , 且  $k \leq n$ , 数列  $\{a_k\}$  的通项公式为  $a_k = k \cdot C_n^k$ .

(1) 当  $n=6$  时, 求  $a_2+a_5$  的值;

(2) 求数列  $\{a_k\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ ;

(3) 若数列  $\{S_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 求  $T_n$ .

22. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = e^x, g(x) = \sin x$ .

(1) 讨论函数  $F(x) = f(x)g(x)$  的单调性;

(2) 设函数  $G(x) = f(x) + g(x) - ax (a \in \mathbf{R})$ , 若  $G(x)$  在  $\left[-\frac{\pi}{2}, +\infty\right)$  上为增函数, 求实数  $a$  的取值范围.